

Задача 1. Розв'язати рівняння

$$\cos 3x + 39 \cos x = 32x^3 + 48x^2 + 96x + 40.$$

Задача 2. Нехай $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ і $x_{n+3} = x_n + x_{n+1}x_{n+2}$ для всіх натуральних n . Доведіть, що для будь-якого натурального числа m існує такий індекс k , що m ділить x_k .

Задача 3. Дано трикутник ABC . Нехай Ω - описане коло цього трикутника, а ω - вписане коло цього трикутника. Нехай δ - коло, яке дотикається сторін AB і AC , а також дотикається внутрішнім чином кола Ω у точці D . Пряма AD перетинає коло ω у двох точках P і Q (P лежить між A і Q). Нехай O та I - центри кіл Ω і ω . Доведіть, що $OD \parallel IQ$.

Задача 4. Нехай $P(x)$ - многочлен 20-го степеня з дійсними коефіцієнтами, а $f(x) = 1/x^{40}$. Чи можуть графіки функцій $y = P(x)$ і $y = f(x)$ перетинатися рівно в 30 точках?

Задача 5. Розв'язати в натуральних числах рівняння

$$2^n + 3 = 11^k.$$