1. Нехай *x, y, z* такі додатні числа, що *x + y + z = 1*. Доведіть, що

$$\frac{1}{(1-x)(1-y)(1-z)}+\frac{8}{(1+x)(1+y)(1+z)}\le\frac{1}{4xyz}.$$

2. Про трикутник *ABC* відомо, що *AM* - його медіана, а $\angle AMC=\angle BAC$. На промені AM відмітили точку K таку, що $\angle ACK=\angle BAC$. Доведіть, що центри описаних кіл трикутників *ABC, ABM* і *KCM* лежать на одній прямій.

3. На основі *ABC* трикутної піраміди *SABC* відмітили точку M і через неї провели прямі, паралельні ребрам SA, SB і SC, які перетинають бічні грані в точках A_1, B_1 і C_1 відповідно. Доведіть, що

$$\sqrt{MA_1}+\sqrt{MB_1}+\sqrt{MC_1}\le\sqrt{SA+SB+SC}.$$

4. Послідовність $(x_n)_{n\ge1}$ раціональних чисел визначається в такий спосіб: $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ і

$$x_n=\frac{x_{n-1}^2+x_{n-1}x_{n-2}+x_{n-2}^2}{x_{n-3}}$$

при усіх $n\ge4$. Доведіть, що x_{2013} - ціле число.

5. Нехай n - натуральне число, n>2013, а G - зв'язний граф з n вершинами та n ребрами. Розглянемо всі можливі орієнтації ребер G. Одержимо скінчену множину $\Omega=\{\overrightarrow{G_1},\overrightarrow{G_2},\overrightarrow{G_3},...\}$ орієнтованих графів $\overrightarrow{G_i}$. Дозволяється обрати вершину графа $\overrightarrow{G_i}$ таку, що всі ребра, для яких ця вершина є кінцем, або орієнтовані в неї, або орієнтовані із неї, і орієнтацію усіх цих ребер змінити на протилежну. В результаті чого отримуємо деякий граф $\overrightarrow{G_j}$ із Ω. Будемо вважати два орієнтованих графи із Ω **еквівалентними**, якщо один із них можна отримати із другого за допомогою декількох вказаних вище дій по зміні орієнтації. Яка найбільша кількість попарно **нееквівалентних** графів може бути в Ω ?