

1. При виготовленні партії з $N \geq 5$ монет робітник помилково виготовив дві монети з іншого матеріалу (всі монети виглядають однаково). Начальник знає, що таких монет рівно дві, що вони важать однаково, але відрізняються за вагою від інших. Робітник знає, які це монети і те, що вони легші від решти. Йому потрібно, провівши два зважування на шалькових терезах без гир, переконати начальника в тому, що фальшиві монети легші справжніх, і в тому, які монети фальшиві. Чи може він це зробити?

2. Знайдіть всі пари (x, y) цілих чисел x і y , що задовольняють рівність

$$x^4 + x^3y + 2x^2 + y + 1 = x^3 + x.$$

3. На олімпіаді з математики, яка проводиться протягом двох днів, брало участь 30 дев'ятикласників. У кожний із днів кожен учасник отримав ціле невід'ємне число балів, яке не перевищує 40. Ніякі два учасники ні в перший, ні в другий день не отримали однакової кількості балів. У другий день завдання були складніші, ніж у перший день, і тому кожен учасник другого дня отримав менше балів, ніж у перший день. Яке найбільше число дев'ятикласників могло в сумі за два дні отримати однакове число балів?

4. Дано трикутник ABC , у якого $AB < BC$. Точка D на стороні BC така, що $AB = DC$. Доведіть, що пряма, яка проходить через середини відрізків AC та BD , паралельна бісектрисі кута ABC .

Р. Г. Женодаров, Уфа

5. Розглядаються трикутники, всі вершини кожного із яких лежать на трьох різних сторонах даного квадрата. Знайти геометричне місце точок центрів ваги (перетину медіан) таких трикутників.

С. І. Токарев, Іваново

1. При виготовленні партії з $N \geq 5$ монет робітник помилково виготовив дві монети з іншого матеріалу (всі монети виглядають однаково). Начальник знає, що таких монет рівно дві, що вони важать однаково, але відрізняються за вагою від інших. Робітник знає, які це монети і те, що вони легші від решти. Йому потрібно, провівши два зважування на шалькових терезах без гир, переконати начальника в тому, що фальшиві монети легші справжніх, і в тому, які монети фальшиві. Чи може він це зробити?

2. Знайдіть всі пари (x, y) цілих чисел x і y , що задовольняють рівність

$$x^4 + x^3y + 2x^2 + y + 1 = x^3 + x$$

3. На олімпіаді з математики, яка проводиться протягом двох днів, брало участь 30 дев'ятикласників. У кожний із днів кожен учасник отримав ціле невід'ємне число балів, яке не перевищує 40. Ніякі два учасники ні в перший, ні в другий день не отримали однакової кількості балів. У другий день завдання були складніші, ніж у перший день, і тому кожен учасник другого дня отримав менше балів, ніж у перший день. Яке найбільше число дев'ятикласників могло в сумі за два дні отримати однакове число балів?

4. Дано трикутник ABC , у якого $AB < BC$. Точка D на стороні BC така, що $AB = DC$. Доведіть, що пряма, яка проходить через середини відрізків AC та BD , паралельна бісектрисі кута ABC .

Р. Г. Женодаров, Уфа

5. Розглядаються трикутники, всі вершини кожного із яких лежать на трьох різних сторонах даного квадрата. Знайти геометричне місце точок центрів ваги (перетину медіан) таких трикутників.

С. І. Токарев, Іваново