

1. Нехай a, b, c – додатні дійсні числа такі, що $a + b + c = 1$. Доведіть, що

$$a\sqrt[3]{1+b-c} + b\sqrt[3]{1+c-a} + c\sqrt[3]{1+a-b} \leq 1.$$

2. Знайти усі пари цілих чисел, які є розв'язками рівняння

$$x^3 = y^3 + 2y^2 + 1.$$

3. Нехай ABC – рівнобедрений трикутник, в якому $AB = AC$. Нехай D – точка на основі BC така, що $BD:DC = 2:1$. Відмітимо на відрізку AD таку точку P , що $\angle BAC = \angle BPD$. Доведіть, що $\angle BPD = 2\angle CPD$.

4. Знайти всі функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такі, що рівність

$$f(x - f(y)) = 1 - x - y$$

виконується для всіх дійсних x та y .

5. Петро з'їдає макітру вареників на a хвилин довше, ніж він це робить разом з Юрієм. Юрій з'їдає таку ж макітру вареників на b хвилин довше, ніж він це зробив би разом з Петром. За скільки хвилин з'їдають таку ж макітру вареників Петро і Юрій разом.

Математика

3. Нехай a, b, c – додатні дійсні числа такі, що $a + b + c = 1$. Доведіть, що

$$a\sqrt[3]{1+b-c} + b\sqrt[3]{1+c-a} + c\sqrt[3]{1+a-b} \leq 1.$$

4. Знайти усі пари цілих чисел, які є розв'язками рівняння

$$x^3 = y^3 + 2y^2 + 1.$$

3. Нехай ABC – рівнобедрений трикутник, в якому $AB = AC$. Нехай D – точка на основі BC така, що $BD:DC = 2:1$. Відмітимо на відрізку AD таку точку P , що $\angle BAC = \angle BPD$. Доведіть, що $\angle BPD = 2\angle CPD$.

4. Знайти всі функції $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такі, що рівність

$$f(x - f(y)) = 1 - x - y$$

виконується для всіх дійсних x та y .

6. Петро з'їдає макітру вареників на a хвилин довше, ніж він це робить разом з Юрієм. Юрій з'їдає таку ж макітру вареників на b хвилин довше, ніж він це зробив би разом з Петром. За скільки хвилин з'їдають таку ж макітру вареників Петро і Юрій разом.