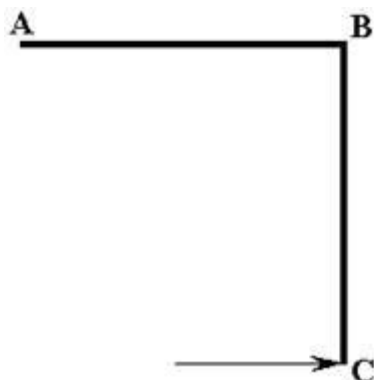


Задача 1



На горизонтальній гладенькій поверхні знаходяться нерухомі стержні, які жорстко скріплені між собою. Стержні однакові. В деякий момент в точці С наноситься удар. Знайти зразу після цього відношення лінійних швидкостей центрів мас обох стержней.

Розв'язання



Рух будь-якої точки твердого тіла можна розкласти на поступальний рух разом з центром мас тіла і на обертальний рух навколо центра мас. Центр мас системи знаходиться в точці O (M –середина AB, N – середина BC, O – середина MN). Сумарна

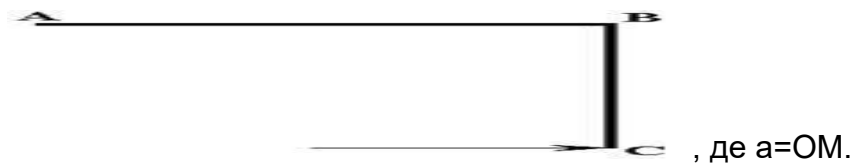
лінійна швидкість є векторною сумою швидкості поступального руху разом з центром мас і лінійної швидкості обертального руху навколо центра мас. Нехай m - маса одного стержня, тоді імпульс, переданий системі $P=2mv_n$;

Згідно закону збереження моменту імпульсу фбо, що те ж саме, основного рівняння обертального руху,

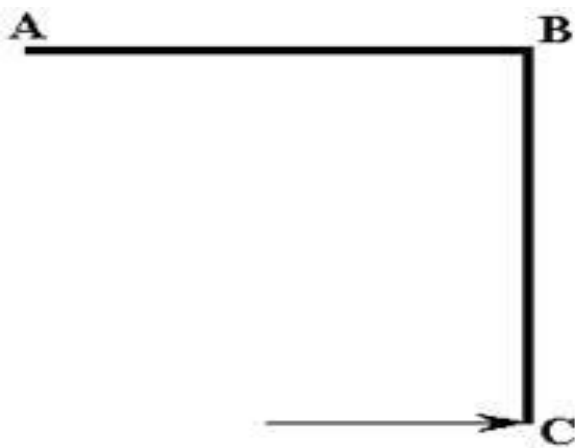


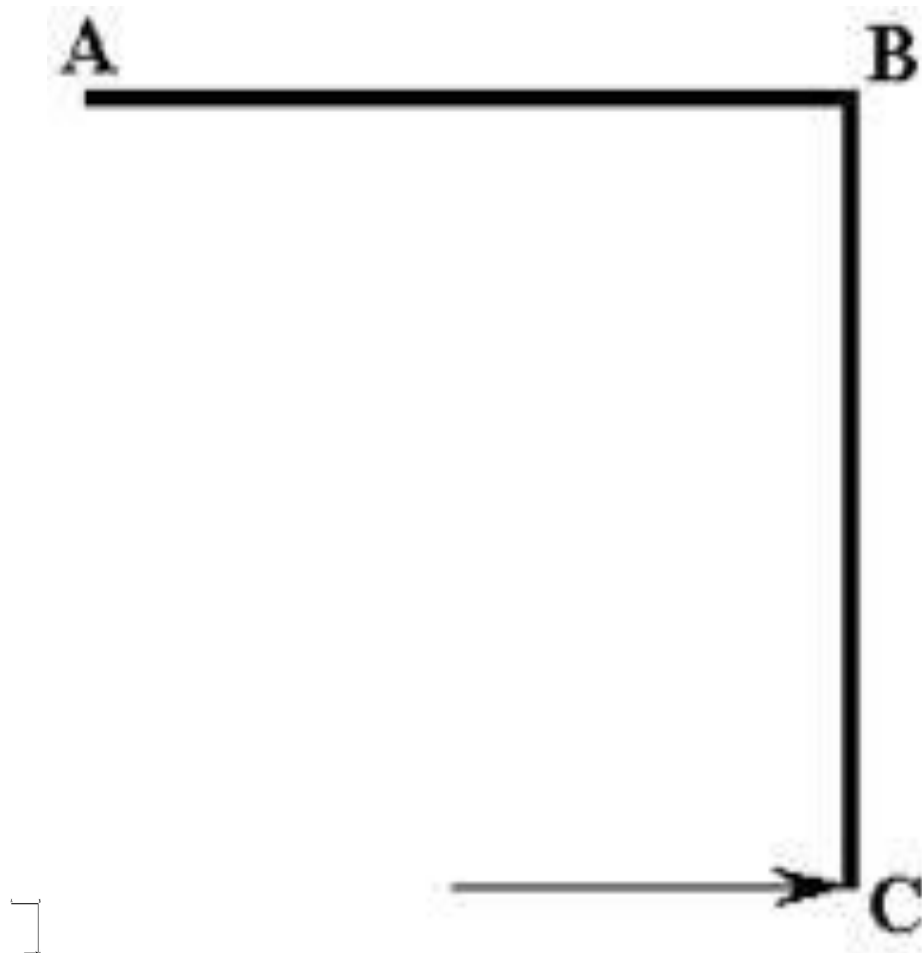
r - плече, L – довжина стержня, I – момент інерції одного стержня відносно центра мас системи.

За теоремою Штейнера



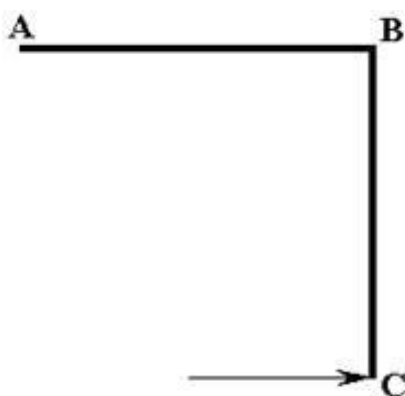
З трикутника MNB знаходимо





Задача 2.

До джерела е.р.с. послідовно під'єднали змінний резистор та амперметр і отримали залежність сили струму I в колі від зовнішнього опору R (див. малюнок). Яка максимальна потужність виділилась всередині джерела та на зовнішньому опорі? Опором амперметра та підвідних провідників знехтувати.

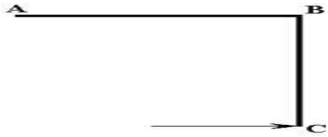


Розв'язання

Згідно закону Ома для повного кола



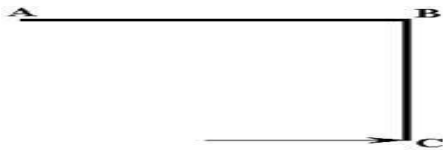
При $R=0$ (випадок короткого замикання) сила струму в колі максимальна



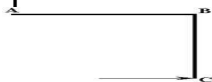
При $R=r$



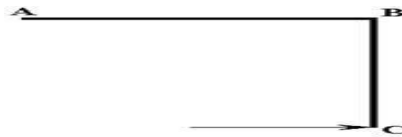
Тобто сила струму дорівнює половині значення максимального струму (струму короткого замикання)




З графіка за масштабом визначаємо значення струму короткого замикання



Половина від цього значення



Провівши на малюнку горизонтальну лінію для  до перетину з графіком визначимо значення внутрішнього опору $r=100$ Ом.

Тоді е.р.с. джерела



Потужність, яка виділиться всередині джерела



де I – сила струму, який протікає в колі.

Так як $r = \text{const}$, максимальне значення струму



Чисельно

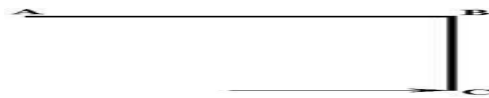


Потужність, що виділяється на зовнішньому опорі

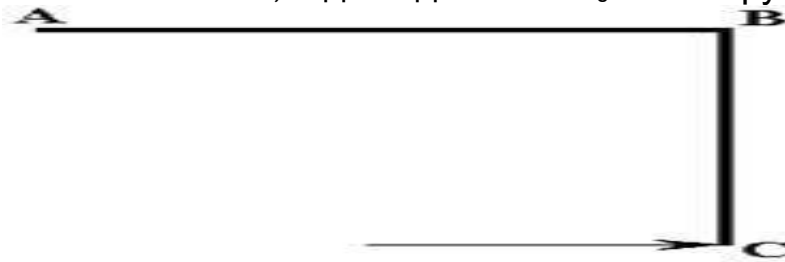


, де $U = IR$ – спад напруги на зовнішньому опорі.

З рівняння (1)



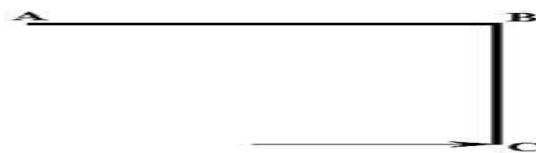
Максимальну потужність, яка виділиться на зовнішньому опорі, можна знайти, дослідивши P_3 як функцію I на екстремум.



Максимальне значення P_3 можна знайти і без використання похідної. З рівняння (6) видно, що графіком функції параболою, вітки якої направлені вниз.



При



Так як вітки параболи симетричні, то одна з координат вершини рівна \dots . Друга координата і відповідно максимальне значення потужності, що виділиться на зовнішньому опорі





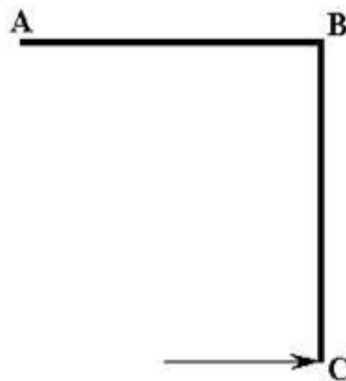
Задача 3.

Гелікоптер, незважаючи на штормовий вітер, здійснює тренувальний політ по периметру квадрата зі стороною 150 км. На послідовне проходження трьох сторін квадрата знадобилося відповідно 1 год, 36 хв та 45 хв. Знайдіть швидкість вітру, вважаючи її незмінною за модулем та напрямом. Модуль швидкості гелікоптера відносно повітря не змінювався. Який час проходження четвертої сторони?

Решение.

Задачу можно решить графически. Скорость вертолета относительно земли при последовательном прохождении различных сторон квадрата соответственно $v_1 = 150$ км/ч, $v_2 = 250$ км/ч и $v_3 = 200$ км/ч. Построим соответствующие векторы скорости так, чтобы их начальные точки совпадали (точка А на рисунке). Тогда концы векторов лежат на окружности, радиус которой равен модулю скорости вертолета относительно воздуха (см. задачу О-6). Построив окружность по трем точкам (ее радиус соответствует скорости вертолета 190 км/ч), находим ее центр О. Скорость ветра изображается вектором АО. Скорость вертолета при прохождении четвертой стороны квадрата соответствует длине отрезка АС. Эта скорость равна 120 км/ч; следовательно, время прохождения четвертой стороны квадрата примерно 1 ч 15 мин.

Ответ можно получить и аналитически (скорость вертолета относительно воздуха получается 187 км/ч).



Задача 4.

З гірки заввишки $h=9$ м з стану спокою зісковзує невелике тіло. Визначити, на якій відстані від підніжжя гірки воно зупиниться. Похила та горизонтальна ділянки гірки плавно з'єднуються дугою кола, радіус якого малий в порівнянні з висотою гірки. Кут нахилу гірки $\theta=45^\circ$, коефіцієнт тертя $\mu=0,3$. Опором повітря знехтувати.



Решение



При движении по прямому участку склона сила трения совершает работу



К началу закругления кинетическая энергия тела равна $E_1 = mgh + A_1 = mgh(1 - \mu)$. При движении по закруглению силой тяжести можно пренебречь, сила реакции опоры сообщает телу нормальное ускорение, отсюда $dv/dt = -\mu v^2/R$. $\Rightarrow dE/dl = -2\mu E/R \Rightarrow E = E_1 \exp(-2\mu l/R) = E_1 \exp(-\mu\pi/2)$.

Итак, к концу горки $E_2 = E_1 \exp(-\mu\pi/2) = mgh(1 - \mu) \exp(-\mu\pi/2)$.

Тогда искомое расстояние $L = E_2/\mu mg = h(1 - \mu) \exp(-\mu\pi/2) = 13$ м.